



# Modèle de contrôle optimal de l'utilisation des eaux conventionnelles et non conventionnelles en agriculture

Khalil Allali

► **To cite this version:**

Khalil Allali. Modèle de contrôle optimal de l'utilisation des eaux conventionnelles et non conventionnelles en agriculture. Mohamed Salah Bachtà. Les instruments économiques et la modernisation des périmètres irrigués, 2005, Kairouan, Tunisie. Cirad, 10 p., 2007. <cirad-00193801>

**HAL Id: cirad-00193801**

**<http://hal.cirad.fr/cirad-00193801>**

Submitted on 4 Dec 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Modèle de contrôle optimal de l'utilisation des eaux conventionnelles et non conventionnelles en agriculture

Khalil ALLALI

Département d'Economie rurale, Ecole nationale d'agriculture de Meknès, Maroc ;  
[kallali@enameknes.ac.ma](mailto:kallali@enameknes.ac.ma)

### Résumé

Nous avons recherché les conditions optimales d'emploi des eaux conventionnelles (ressources naturelles) et non conventionnelles (eau usée traitée) en agriculture. Le modèle utilisé est fondé sur la technique du « contrôle optimal » et s'applique à une zone d'activité agricole utilisant trois sources d'eau (nappe, barrage, eaux usées traitées). La fonction objectif prend en compte les eaux provenant d'un barrage et représente le cas de plusieurs périmètres irrigués marocains (Sous-Massa, Ouarzazate, Doukkala, Tensift). L'objectif économique est assujéti à plusieurs contraintes, telles que la quantité limitée des ressources en eau conventionnelles et la dynamique des ressources en eau souterraine. Le développement de l'irrigation agricole est parfois menacé par la surexploitation de la nappe, comme dans la plaine de Sous-Massa. En raison des déficits en eau d'irrigation chroniques et de la surexploitation de la nappe souterraine, un projet de traitement des eaux usées à des fins agricoles a été mis en œuvre dans la région d'Agadir. L'eau d'irrigation provient de la nappe souterraine et des eaux usées traitées. L'objectif de notre travail a été de valider le modèle dans cette situation et de déterminer les conditions d'arbitrage entre les deux sources d'eau en fonction des avantages économique et environnemental. Une base de données comprenant les quantités extraites, les coûts de pompage, le coût moyen de traitement des eaux usées a été constituée. La dynamique de la nappe avec ses diverses composantes est en cours de modélisation. Dans la situation étudiée, le modèle a permis de mieux formuler le problème de l'utilisation combinée des ressources et d'analyser les interférences de gestion. A l'aide de la technique du contrôle optimal, il est possible de définir des règles de gestion simples pour allouer de façon efficiente les ressources en eau et d'éviter ainsi la surexploitation de la nappe.

Mots clés : contrôle optimal, eaux conventionnelles, eaux non conventionnelles, économie de l'eau, Maroc

## 1 Introduction

A l'heure actuelle, la rareté des ressources en eau est préoccupante dans la quasi-totalité des régions agricoles du Maroc. Certes, depuis les années 1960, un grand effort a été déployé en matière de développement hydro-agricole, ce qui a permis la mobilisation de plus de 60 % du potentiel des ressources en eau. Cependant, l'augmentation régulière des besoins, la surexploitation et la vulnérabilité de la ressource au cours des longues périodes de sécheresse ces dernières années conduisent à un déséquilibre entre l'offre et la demande, notamment des déficits chroniques.

Dans la plupart des régions, l'irrigation est confrontée à la baisse du niveau des nappes phréatiques, à l'assèchement de lits de rivières, au taux de remplissage des barrages insuffisant, à la salinisation ou à la

contamination des ressources en eau et à des conflits d'usages. La gestion classique de l'offre et la réglementation traditionnelle ne permettent plus de gérer l'eau correctement. Pour traiter ces problèmes, une nouvelle approche intégrée a été adoptée tenant compte de la gestion de la demande et de l'utilisation des ressources en eau non conventionnelles.

Par les ressources en eau non conventionnelles, on désigne les eaux usées traitées et les eaux de mer dessalées ou les eaux saumâtres. Alors que le dessalement de l'eau de mer reste encore d'un intérêt marginal du fait de son coût élevé, les eaux usées traitées urbaines en agriculture sont couramment réutilisées dans beaucoup de pays du Bassin méditerranéen.

Au Maroc, le volume des eaux usées provenant des milieux urbains est passé de 370 millions de m<sup>3</sup> en 1990 à plus de 500 millions de m<sup>3</sup> en 2000 (Conseil supérieur de l'eau et du climat, 1994). Les projections indiquent que leur volume atteindra environ 1 milliard de m<sup>3</sup> en 2025. Ce volume pourrait constituer une alternative importante pour irriguer dans les années à venir (Bencheikroun et Bouchama, 1991 ; Ziad *et al.*, 1998). La réutilisation des eaux usées traitées en agriculture présenterait un double avantage. D'une part, elle permettrait d'atténuer la pression sur les ressources en eau conventionnelle et, du point de vue de la gestion, de renforcer le concept de la multifonctionnalité de la ressource par les usages multiples. D'autre part, elle contribuerait à la protection de l'environnement, en limitant la pollution de l'eau, grâce à la diminution du volume des eaux usées déversées dans les fleuves, les lacs et sur le littoral.

Sur le terrain, des expériences ont montré que non seulement la réutilisation des eaux usées permettent d'accroître les potentialités d'irrigation, mais aussi constituent une source d'éléments fertilisants pour le sol (Neilson *et al.*, 1991). Au Maroc, les résultats obtenus dans certaines régions (Marrakech, Ouarzazate, Doukkala) ont confirmé ces effets bénéfiques sur le sol. Ainsi, Regeb (1986) a montré que les eaux usées ont un effet fertilisant sur la culture de piment. De même, Hammouri (1990) a rapporté que l'eau usée épurée permet une augmentation de rendement de la tomate de 26 % par rapport à l'eau conventionnelle. Ces résultats sont aussi confirmés dans d'autres sites et pour d'autres cultures (El Fadel *et al.*, 1998 ; Berdai *et al.*, 1998). Par ailleurs, dans la région d'Agadir le gain économique total obtenu, associé au gain net sur l'eau et au gain en fertilisants, atteint des niveaux très élevés. Il se situe entre 1 500 et 3 000 DH<sup>1</sup>/ha pour les cultures de blé tendre, de bersim, de courgette ou de courge, entre 3 000 et 5 000 DH/ha pour la pomme de terre et la tomate, et à plus de 5 000 DH/ha pour le maïs fourrage et le maïs grain (Soudi *et al.*, 2000). Toutefois, ces effets dépendent de la qualité des traitements des eaux avant leur emploi, en particulier pour éviter la pollution par des métaux lourds (Boukhars *et al.*, 1998).

Ainsi, la réutilisation des eaux usées traitées en agriculture constitue une solution intéressante, pour atténuer la pression sur les eaux conventionnelles, dont le déficit s'aggrave couvrir une demande en hausse constante.

## 2 Objectifs du modèle

Dans la perspective d'utiliser de plus en plus les eaux usées traitées en agriculture, nous avons recherché les conditions optimales de l'usage combiné des eaux conventionnelles et non conventionnelles.

---

<sup>1</sup> DH : dirham (Maroc) 1 DH équivaut environ à 0,09 euro

L'objectif visé est triple :

- il s'agit d'aider les décideurs à choisir leur politique d'investissement hydro-agricole pour augmenter les disponibilités en eau dans l'espace et dans le temps (barrage, unité de traitement des eaux usées, fourrage, puits) ;
- il faut déterminer les conditions optimales de mobilisation des ressources en eau conventionnelles et non conventionnelles en agriculture, ainsi que leurs coûts ;
- il est nécessaire de prévoir des mécanismes de planification et de gestion des différentes sources d'eau d'irrigation qui répondent à des critères d'efficacité économique et durabilité environnementale.

L'approche de modélisation est fondée sur la technique du contrôle optimal afin de modéliser la gestion intégrée des ressources en eau dans un contexte de rareté de la ressource. La situation hypothétique modélisée est celle d'un bassin versant où l'activité agricole utilise trois sources d'eau : les eaux souterraines issues d'un pompage de la nappe, les eaux superficielles provenant d'un barrage et les eaux non conventionnelles issues d'une unité de traitement des eaux usées.

### 3 Hypothèses du modèle

Trois principales hypothèses sont émises pour modéliser la gestion des ressources en eau dans le bassin versant.

La première hypothèse porte sur l'existence d'une agence du bassin chargée de la planification et de la gestion des ressources en eau superficielle et souterraine. L'agence de bassin doit disposer d'instruments de réajustement en mesure d'influencer à tout instant l'utilisation des ressources en eau pour être efficace et opérationnelle.

La deuxième hypothèse concerne la possibilité d'accès des agriculteurs aux différentes ressources en eau conventionnelles et non conventionnelles. Les aspects liés aux droits de propriété et d'usage de la ressource doivent être clairement définis et leurs conditions d'exploitation doivent être soumises à une réglementation unifiée, cohérente et appropriée.

La troisième hypothèse considère que la qualité des eaux usées traitées ne pose pas de problème pour une valorisation agricole. L'effet qualité n'est donc pas pris en compte par le modèle.

### 4 Spécification de la fonction objectif et des contraintes

Par hypothèse, on suppose que l'objectif économique de l'agence du bassin serait de tirer le maximum du surplus social net de l'utilisation combinée des différentes sources d'eau. Le surplus social net est la différence entre le bénéfice du consommateur (l'utilisateur) et le coût de production de la ressource.

Soit  $q_{1t}$  la quantité d'eau mobilisée à partir de la nappe et  $q_{2t}$  la quantité d'eau superficielle issue du barrage à l'instant  $t$ . Leur somme correspond à la quantité des eaux conventionnelles mobilisées dans le bassin versant. On note  $s_t$  la quantité des eaux non conventionnelles qui peuvent être obtenues à partir de l'unité de traitement des eaux usées à l'instant  $t$ .

Le coût de production de l'eau est représenté par le coût moyen de pompage de l'eau souterraine. La fonction de coût moyen est supposée positive, décroissante et convexe par rapport au niveau de piézométrie noté  $k_t$  (Darrell *et al.*, 1997).

Ainsi, nous avons :

$$C(k_t) \geq 0, C'(k_t) < 0 \text{ et } C''(k_t) \geq 0$$

Le coût de l'eau superficielle issue du barrage,  $\bar{c}$ , est supposé fixe et correspond au prix payé par les producteurs. De même, le coût de l'eau usée traitée,  $\bar{p}$ , est supposé fixe. Ainsi, le coût total instantané de l'utilisation des différentes sources d'eau s'écrit :

$$C(k_t)q_{1t} + \bar{c}q_{2t} + \bar{p}s_t$$

En notant  $D_t(p_t)$  la demande globale en eau au niveau du bassin versant à l'instant t, le prix de l'eau est sa fonction inverse  $D_t^{-1}(x)$ , avec  $x$  la quantité totale de l'eau. L'expression du surplus social net s'écrit :

$$\int_0^{q_{1t}+q_{2t}+s_t} D_t^{-1}(x)dx - C(k_t)q_{1t} - \bar{c}q_{2t} - \bar{p}s_t \quad (1)$$

Pour un horizon temporel infini et un taux d'actualisation  $r > 0$ , la valeur présente du surplus social net, notée  $J$ , correspondant à la fonction objectif du modèle s'écrit :

$$J = \int_0^{\infty} \left[ \int_0^{q_{1t}+q_{2t}+s_t} D_t^{-1}(x)dx - C(k_t)q_{1t} - \bar{c}q_{2t} - \bar{p}s_t \right] e^{-rt} dt \quad (2)$$

Cette spécification est en fait une extension de la fonction « objectif » utilisée par Darrell *et al.* (1997) pour traiter le problème de la gestion combinée des eaux souterraines et des eaux non conventionnelles issues du dessalement de l'eau de mer dans le bassin versant côtier Pearl Harbor dans le sud de la région Oahu. La spécificité de notre fonction objectif est qu'elle prend en compte aussi les eaux superficielles issues du barrage et par conséquent, elle représente la situation réelle de plusieurs périmètres irrigués marocains (Sous-Massa, Ouarzazate, Doukkala, Tensift).

En matière d'exploitation, l'objectif économique ainsi défini se trouve assujéti à plusieurs contraintes dont la plus importante est la quantité limitée des ressources en eau conventionnelles. Les eaux de barrage étant en principe contrôlées, le problème de la surexploitation des eaux souterraines de la nappe menace de plus en plus le développement hydro-agricole. La plaine de Sous-Massa en est une illustration (Conseil supérieur de l'eau et du climat, 2000).

Pour tenir compte de ce problème, la dynamique des ressources en eau souterraine est introduite comme contrainte dans le modèle. Celle-ci est représentée par l'évolution de la piézométrie de la nappe en fonction du temps :

$$\dot{k}_t = \frac{dk}{dt} = R - F(k_t) - q_{1t} \quad (3)$$

avec

$q_{1t}$  : quantité d'eau pompée à partir de la nappe

$R$  : recharge de la nappe qui englobe l'ensemble des entrées provenant de l'infiltration de la pluie et du ruissellement dispersé, de l'infiltration dans le lit des oueds, du retour des eaux d'irrigation superficielle et des apports par abouchement des nappes

$F(k_t)$  : fuites dues principalement à l'écoulement souterrain et au drainage. On suppose qu'elles dépendent uniquement du niveau de la piézométrie.

L'équation (3) représente l'évolution du bilan de la nappe en fonction du temps en fonction de la base des niveaux de la recharge, des fuites et des prélèvements nets d'irrigation :

- en l'absence d'exploitation de la nappe ( $q_{1t}=0$ ), le niveau de la piézométrie dépend uniquement de la différence entre la recharge et les fuites  $R-F(k_t)$  ;

- il est constant ( $\bar{k}$ ) quand  $R = F(\bar{k})$  ;

- il baisse quand  $R < F(\bar{k}_t)$  ;
- il augmente quand  $R > F(\bar{k}_t)$ .

Par contre, en situation d'exploitation de la nappe,  $q_{1t} > 0$ , l'évolution de la piézométrie de la nappe est tributaire de la différence entre  $R$  et  $(F(k_t) + q_{1t})$ . La situation de surexploitation de la nappe peut être représentée ainsi par la situation où  $R < (F(k_t) + q_{1t})$ .

Parmi les formes fonctionnelles qui permettent de représenter la relation entre les fuites d'eau souterraine et le niveau de la piézométrie, la forme quadratique donnée par Mink (1980) et Darell *et al.* (1997) est utilisée :

$$F(k_t) = ak_t^2 + bk_t$$

## 5 Formulation du problème de contrôle optimal et résolution

Le problème de l'utilisation combinée des eaux conventionnelles et non conventionnelles en agriculture peut être formulé comme de la façon suivante : étant donné  $q_{2t}$  exogène (La quantité  $q_{2t}$  est décidée par l'institution chargée de la gestion du barrage), quelles quantités  $q_{1t}$  et  $s_t$  l'agence du bassin doit-elle appliquer pour maximiser la valeur présente du surplus social net, en tenant compte des considérations environnementales liées à la surexploitation de la nappe ?

Sous sa forme mathématique, le problème peut être modélisé ainsi :

$$\text{Max } J = \text{Max} \int_0^{\infty} \left[ \int_0^{q_{1t} + q_{2t} + s_t} D_t^{-1}(x) dx - C(k_t)q_{1t} - \bar{c}q_{2t} - \bar{p}s_t \right] e^{-rt} dt \quad (4)$$

$$\text{avec les contraintes : } \dot{k}_t = \frac{dk}{dt} = R - F(k_t) - q_{1t} \quad (5)$$

$$q_{1t} \geq 0, \quad q_{2t} \geq 0 \quad \text{et} \quad s_t \geq 0 \quad (6)$$

$$k_0 \text{ (connu)} \quad (7)$$

Il s'agit d'un problème de contrôle optimal avec deux variables de contrôle  $q_{1t}$  et  $s_t$  et une variable d'état  $k_t$ . Aucune contrainte n'a été imposée sur la variable  $q_{2t}$  car, dans le modèle, elle est considérée comme un paramètre exogène.

Selon le principe de maximum de Pontryagin, la condition nécessaire pour que les variables de contrôle maximisent la fonction objectif, compte tenu des contraintes considérées, est qu'il existe une variable

$\lambda_t$ , appelée variable adjointe associée à l'équation d'état, telle que le Hamiltonien associé au problème, exprimé en valeur courante et défini par

$$H = \int_0^{q_{1t} + q_{2t} + s_t} D_t^{-1}(x) dx - C(k_t)q_{1t} - \bar{c}q_{2t} - \bar{p}s_t + \lambda_t(R - F(k_t) - q_{1t}) \quad (8)$$

atteigne, à chaque instant, son maximum pour les valeurs optimales cherchées  $q_{1t}^*$  et  $s_t^*$  et leur solution correspondante  $k^*$ .

Ainsi, les conditions suivantes doivent être vérifiées :

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_t} = \dot{k}_t = R - F(k_t) - q_{1t} \quad (9)$$

$$\dot{\lambda}_t - r\lambda_t = -\frac{\partial H}{\partial k_t} = C'(k_t)q_{1t} + F'(k_t)\lambda_t \quad (10)$$

$$\frac{\partial H}{\partial q_{1t}} = D_t^{-1}(q_{1t} + q_{2t} + s_t) - C(k_t) - \lambda_t \leq 0 \quad (si < \text{ alors } q_{1t} = 0) \quad (11)$$

$$\frac{\partial H}{\partial s_t} = D_t^{-1}(q_{1t} + q_{2t} + s_t) - \bar{p} \leq 0 \quad (si < \text{ alors } s_t = 0) \quad (12)$$

$$\frac{\partial H}{\partial q_{2t}} = D_t^{-1}(q_{1t} + q_{2t} + s_t) - \bar{c} \leq 0 \quad (si < \text{ alors } q_{2t} = 0) \quad (13)$$

L'ensemble de ces équations précise les conditions optimales d'utilisation des ressources en eau conventionnelles et non conventionnelles dans le but d'irriguer. Dans la recherche de solutions optimales, l'équation (9) permet de tenir compte de la dynamique des ressources en eau souterraine, en raison du risque de surexploitation. L'équation (10) précise comment, dans les conditions marginales, la variable adjointe  $\lambda_t$  doit changer en fonction du temps de façon optimale. Les équations (11) et (12) indiquent les conditions marginales que doivent satisfaire les variables de décision. L'équation (13) tient compte de la satisfaction de la demande globale des eaux issues du barrage.

En considérant que la demande globale en eau est très élevée, qu'elle ne peut pas être satisfaite uniquement avec l'eau du barrage et que le pompage à partir de la nappe existe toujours à cause du coût élevé de la réutilisation des eaux usées, le système d'équations (9) à (13) peut être réécrit sous la forme suivante (en remplaçant  $p_t \equiv D_t^{-1}(q_{1t} + q_{2t} + s_t)$ ) :

$$\dot{k}_t = R - F(k_t) - q_{1t} \quad (14)$$

$$\dot{\lambda}_t - r\lambda_t = C'(k_t)q_{1t} + F'(k_t)\lambda_t \quad (15)$$

$$\lambda_t = p_t - C(k_t) \quad (16)$$

$$p_t \leq \bar{p} \quad (si < \text{ alors } s_t = 0) \quad (17)$$

L'interprétation économique de l'équation (15) peut être facilitée en la réarrangeant sous la forme :

$$r\lambda_t + F'(k_t)\lambda_t = \dot{\lambda}_t - C'(k_t)q_{1t}$$

C'est la condition nécessaire à maintenir au cours du temps quelle que soit la combinaison des eaux utilisées. Le premier terme représente la partie des avantages économiques liés à l'intérêt associé au prix net de la ressource ( $r\lambda_t$ ) et à la valeur de la réduction future des fuites ( $F'(k_t)\lambda_t$ ). Le second

terme présente la composante des coûts et englobe l'accroissement marginal du prix net ( $\dot{\lambda}_t$ ) et l'accroissement marginal du coût futur de pompage ( $C'(k_t)q_{1t}$ ).

L'équation (16) donne la condition que doit vérifier la variable adjointe  $\lambda_t$  dans les conditions optimales, elle a la dimension d'un prix et s'interprète comme le prix net de la ressource (*resource royalty*).

Enfin, l'équation (17) représente la condition du recours ou non aux eaux non conventionnelles en fonction de leur coût et du prix net de la ressource. Quand le prix de l'eau est strictement inférieur au

coût de la réutilisation des eaux usées traitées ( $p_t < \bar{p}$ ), on n'a pas recours aux eaux usées traitées. Par contre, leur usage débute dès qu'il y a égalité des deux prix ( $p_t = \bar{p}$ ).

## 6 Solutions d'équilibre stationnaire

Pour déterminer l'état d'équilibre stationnaire, on considère que pour combler le déficit dû à l'insuffisance des eaux du barrage, l'agence du bassin utilisera les eaux de la nappe et les eaux usées traitées, c'est-à-dire ( $\lambda_t = p_t - C(k_t)$ ) et ( $p_t = \bar{p}$ ). Ainsi, en substituant l'équation (17) dans (16), puis en dérivant l'expression obtenue par rapport au temps et en légalisant à l'équation (15), on obtient le système d'équations équivalent :

$$\dot{k}_t = R - F(k_t) - q_t \quad (18)$$

$$\bar{p} - C(k_t) = - \frac{C'(k_t)(R - F(k_t))}{r + F'(k_t)} \quad (19)$$

L'équation (19) est un résultat classique dans le cas de la gestion optimale des ressources naturelles renouvelables (Clark, 1976 ; Clark et Conrad, 1987). Dans le cas de la gestion des ressources en eau à l'échelle d'un bassin versant, cette équation permet les interprétations suivantes :

Quand le niveau de la piézométrie est constant, c'est-à-dire lorsque la recharge est égale aux fuites ( $R - F(k_t) = 0$ ), l'équation (19) devient  $\bar{p} = C(k_t)$ , ce qui suppose qu'à tout instant l'arbitrage doit se faire en comparant le prix de l'eau usée traitée au coût moyen de pompage. Ensuite, quand ( $R - F(k_t) = 0$ ) et aussi l'accroissement marginal des fuites est nul ( $F'(k_t) = 0$ ), la condition optimale devient  $\dot{p}_t = r\lambda_t$ , ce qui correspond à la condition optimale de gestion des ressources épuisables (règle de Hotelling). Cette règle stipule que l'accroissement marginal du prix net de la ressource ( $\dot{p}_t$ ) doit égaliser à tout instant la valeur présente du coût marginal d'usage ( $r\lambda_t$ ) pour que l'exploitation de la ressource soit optimale.

Les solutions stationnaires du problème s'obtiennent en résolvant le système d'équations ( $\dot{k}_t = 0$ ) et ( $\dot{p}_t = 0$ ) :

$$\dot{k}_t = R - F(k_t) - q_t \quad (20)$$

$$\dot{p}_t = (\bar{p} - (C(k_t))(r + F'(k_t)) + C'(k_t)(R - F(k_t))) \quad (21)$$

La détermination du contrôle singulier ( $k^*$ ) et des solutions correspondantes ( $q_t^*$  et  $s_t^*$ ) nécessite de connaître les formes explicites des fonctions de fuites  $F(k_t)$ , le coût moyen de pompage  $C(k_t)$  et l'estimation économétrique des coefficients. Une fois les valeurs des solutions stationnaires connues, elles peuvent être utilisées comme outils d'aide à la planification et la gestion des eaux du bassin versant.

En partant d'une situation initiale connue  $k_t(0) = k_0$ , si le prix de l'eau est strictement inférieur au coût de la réutilisation des eaux usées traitées ( $p_t < \bar{p}$ ), les eaux non conventionnelles ne sont pas utilisées. Par conséquent, le déficit en eau d'irrigation doit être comblé exclusivement par le pompage à partir de la nappe. Durant cette période, la trajectoire optimale du prix de la ressource est gouvernée par



l'équation (21) et celle des quantités à pomper par l'équation (20). Le rythme de pompage à partir de la nappe dépend dans ce cas de la quantité reçue à partir du barrage, soit  $q_{1t} = D_t(p_t) - q_{2t}$ .

Par contre, lorsque le prix de l'eau atteint celui des eaux non conventionnelles ( $p_t = \bar{p}$ ), la réutilisation des eaux usées traitées constitue une option intéressante pour satisfaire le déficit de la demande globale. Durant cette période, le niveau de la nappe est maintenu à son niveau d'équilibre ( $k_t = k^*$ ) et le prix de l'eau est constant ( $\dot{p}_t = 0$ ).

Si les eaux conventionnelles et non conventionnelles sont utilisées conjointement, c'est-à-dire si le prix de l'eau est égal au coût de la réutilisation des eaux usées ( $p_t = \bar{p}$ ) et si le niveau de la nappe est à son niveau d'équilibre ( $k_t = k^*$ ), étant donné que  $q_{2t}$  est connue, la demande globale est satisfaite par la réutilisation des eaux usées traitées en apportant  $s_t = D_t(p_t) - q_{2t} - q_{1t}$ .

## 7 Validation du modèle

Actuellement, la commune rurale de Drarga dans la région d'Agadir est identifiée pour la validation empirique du modèle. Cette zone connaît des déficits chroniques en eau d'irrigation et des problèmes de surexploitation de la nappe souterraine. Pour atténuer la pression sur la nappe et améliorer son potentiel hydrique, la commune a bénéficié récemment de la mise en place d'un projet pilote de traitement des eaux usées à des fins agricoles. Il s'agit donc d'une situation réelle où l'eau d'irrigation peut provenir de deux sources : la nappe souterraine et la station de traitement des eaux usées.

L'objectif de notre travail est de déterminer les conditions optimales d'arbitrage entre les deux sources d'eau en fonction de leurs avantages économique et environnemental. La première phase de ce projet a permis de constituer une base de données comprenant notamment les quantités extraites, les coûts de pompage, le coût moyen de traitement des eaux usées. La deuxième phase, actuellement en cours, est relative à la modélisation de la dynamique de la nappe avec ses diverses composantes et la validation de la forme fonctionnelle présentée dans le modèle. Enfin, la troisième phase sera centrée sur la validation quantitative du modèle et sur ses implications en matière de gestion des ressources en eau de la commune rurale.

## 8 Conclusion

La question centrale posée par le modèle présenté est de connaître à partir de quel niveau de la piézométrie, le recours à des eaux non conventionnelles, notamment la réutilisation des eaux usées traitées, constitue une solution intéressante pour l'irrigation aussi bien sur le plan économique qu'environnemental.

A partir de la situation d'un bassin versant, où les deux sources d'eau conventionnelles et non conventionnelles peuvent être utilisées à des fins d'irrigation, le modèle a permis de mieux formuler le problème de l'utilisation combinée et d'analyser les interférences qui peuvent exister en matière de gestion.

En effet, l'utilisation de la technique du contrôle optimal, principalement le principe du maximum de Pontryagin, a montré qu'il est possible de définir des règles de gestion simples pour allouer de façon efficiente les ressources en eau et éviter ainsi la surexploitation de la nappe. La connaissance de l'état d'équilibre stationnaire et la détermination des trajectoires optimales des variables de décision sont des outils très importants pour planifier et gérer la ressource. Les résultats montrent comment peut se faire l'arbitrage entre les différentes sources d'eau pour concilier l'objectif économique de la maximisation

du surplus net social avec l'objectif environnemental relatif à la protection de la nappe contre la surexploitation.

Toutefois, la simplicité des résultats dégagés pourrait refléter un certain simplisme des diverses hypothèses émises au départ. La plus importante de ces hypothèses est celle relative au contrôle de l'exploitation de la nappe, ce qui ne manquerait pas certainement de poser certains problèmes au niveau de la faisabilité pratique (aspects institutionnel, organisationnel et économique). Ensuite, l'hypothèse liée à l'utilisation des eaux usées traitées impliquerait l'accessibilité à la technologie, la disponibilité des moyens financiers et l'organisation des bénéficiaires. Or, jusqu'à présent, ce sont les pouvoirs publics qui prennent en charge l'investissement dans ce domaine et la demande d'une participation financière aux producteurs poserait peut-être des problèmes d'acceptation. Enfin par hypothèse, la quantité d'eau issue du barrage est supposée exogène, mais en réalité elle influe aussi le rythme d'exploitation de la nappe. Pour cela, il est donc nécessaire d'étudier la modélisation de l'utilisation combinée de ces deux sources d'eau.

Enfin, le modèle présenté peut être développé dans deux directions au moins. Sur le plan théorique, il serait intéressant de rendre endogène la quantité d'eau issue du barrage, en la reliant à la quantité d'eau pompée à partir de la nappe et au stock du barrage. Cela impliquerait l'introduction d'une nouvelle contrainte, qui est celle de la dynamique de l'eau issue du barrage. L'intérêt serait d'intégrer les ressources en eau dans un seul plan de gestion avec diverses possibilités de contrôle. De même, il serait plus réaliste de considérer le coût moyen de pompage non seulement fonction du niveau de la piézométrie, mais aussi en fonction de la quantité d'eau pompée. On peut penser que cette considération rendrait les eaux non conventionnelles plus compétitives pour être utilisées en agriculture. Par ailleurs, sur le plan empirique, la collaboration avec des spécialistes travaillant sur les aspects physiques de la ressource devrait être intensifiée afin d'appliquer le modèle et de le valider dans plusieurs régions du pays.

## Références bibliographiques

- Benchekroun, T., M. Bouchama, 1991. Réutilisation des eaux usées en agriculture au Maroc. Actes du Congrès mondial des ressources en eau, 13-18 mai 1991, Rabat, Maroc.
- Berdai H., N. Jellal, B. Soudi, A. Jemali, B. Jemali, T. Benchekroun, A. Khana, 1998. Réutilisation des eaux usées à des fins agricoles à Ouarzazate: Impact sur l'environnement. In. Proceedings of International Workshop on « Sewage Treatment and Reuse for small communities: Mediterranean and European Experiences » Edited by R. Choukr Allah. p. 293-309. Rabat, Maroc.
- Boukhars L., A. Rada, N. Tahlil, 1998. Effet de l'irrigation par des eaux usées brutes et traitées par lagunage aéro-anaérobie sur la contamination des plantes maraîchères par le cadmium. In. Proceedings of International Workshop on « Sewage Treatment and Reuse for small communities: Mediterranean and European Experiences » Edited by R. Choukr Allah. p. 325-333. Rabat, Maroc.
- Clark C.W, 1990. Mathematical bioeconomics: The Optimal Management of Renewable Resources. New York, Etats-Unis, John Wiley and Sons, second edition. 386 p.
- Clark C.W., J.M. Conard 1987. Natural resource economics. Cambridge University Press. 227 p.
- Conseil supérieur de l'eau et du climat, 1993. Situation actuelle et perspective des aménagements hydro-agricoles du Royaume du Maroc.
- Conseil supérieur de l'eau et du climat, 2001. Plan directeur de développement des ressources en eau des bassins du Souss-Massa (Maroc), 9<sup>e</sup> session. 2001.
- Darrell L. K., J.A. Roumasset, T. Wilson, 1997. Optimal Management of Renewable and Replaceable Resource: The Case of Coastal Groundwater. American Journal of Agricultural Economics, 79(4): 1218-1228.

- El Fadel A., A. Moulid, M. Maslouhi, A. Bahalloul, 1998. Utilisation des eaux usées épurées pour l'irrigation des culture de tomate et pomme de terre. In. Proceedings of International Workshop on « Sewage Treatment and Reuse for small communities: Mediteranean and European Experiences » Edited by R. Choukr Allah. p. 169-182. Rabat, Maroc.
- El Hammouri B, 1990. Effets des irrigations avec des eaux usées brutes et épurées sur le sol, le rendement d'une culture de tomate et la qualité hygiénique de la récolte. Actes Inst. Agron. Vét. 2: 57-66.
- Mink, J., 1980. State of the Groundwater Resources of Southern. Oahu. Published Board of Water Supply., Honolulu, Hawaii, 83 p. USA.
- Neilsen G.H., D.S. Stevenson, J.J. Fitzpatrick, C.H. Brownlee, 1991. Soil and sweet cherry responses to irrigation with wastewater. Canadian Journal of Soil Sciences, n° 71: 31-42.
- Rejeb S., 1986. Conséquences de l'irrigation avec les eaux usées traitées et de l'application des boues résiduaires sur la composition minérale du piment, du sorgho fourrager et des agrumes. Actes du Séminaire maghrébin sur la réutilisation des eaux usées après traitement en agriculture. Tunis, 23-26 avril 1986.
- Soudi B., M. Kerby, R. Choukerallah, 2000. Réutilisation des eaux usées en agriculture au niveau des petites et moyennes communes. Directives générales et expérience pilote dans la commune de Drarga, in Transfert de technologie en agriculture, Bulletin mensuel d'information et de liaison du PNTTA, n° 67, 4 p.
- Ziad H., K.H. Khallaayoune, E.K. Lahdi, 1998. Contamination parasitaire des cultures et du sol avec les eaux usées brutes dans la région des Doukkala, Sidi Bennour. In. Proceedings of International Workshop on « Sewage Treatment and Reuse for small communities: Mediteranean and European Experiences » Edited by R. Choukr Allah. p. 387-397. Rabat, Maroc.